

Đáp án Đề 1

I/ Phần Trắc Nghiệm:

1A	2A	3C	4C	5B	6C	7D	8B	9B	10A
11A	12A	13A	14D	15D	16C	17B	18D	19B	20B

Giải chi tiết

Câu 14:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 2a + 5; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 1) = 7$$

$$\text{Hàm số có giới hạn khi } x \rightarrow 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow 2a + 5 = 7 \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 15:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0). \text{ Vậy } f(0) = -\frac{5}{3}$$

Câu 16:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 - 4)(x + \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x + \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{(x+2)(x + \sqrt{x+2})} = \frac{3}{16}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + ax + 3b) = 4 + 2a + 3b$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2a + b - 6 = 4 + 2a + 3b = \frac{3}{16}$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} 2a + b - 6 = \frac{3}{16} \\ 2a + 3b + 4 = \frac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = \frac{99}{16} \\ 2a + 3b = -\frac{61}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{179}{32} \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow I = a + b = \frac{19}{32}$$

Câu 17:

Hàm $y = \frac{x}{x+1}$ không xác định tại $x = -1$. Suy ra hàm số không liên tục tại $x = -1$.

Câu 18:

Dùng MT Casio với Table (mod - 7 với máy Casio fx-570VN Plus và mod - 8 với máy Casio fx-580VNX) với Star : -1, End : 3 ; Step : 0.5 . Nhìn vào bảng giá trị ta thấy đổi dấu 4 lần nên chọn D

Câu 19:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{x(\sqrt{ax+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+1} + 1} = \frac{a}{2}$$

$$f(0) = 5b$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 5b \Leftrightarrow a = 10b$$

Câu 20:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m + 1$$

$$f(0) = m + 1$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m + 1 = -1 \Leftrightarrow m = -2$$

II/ Phần Tự Luận:

Bài 1: Tính các giới hạn sau:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x + 3}{\sqrt{x+4} - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} (x^2 - 2x + 3)}{\lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x+4} - 2)} = \frac{9 + 6 + 3}{1 - 2} = -18$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x - 1} - x + 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(|x| \sqrt{4 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}} - x + 5 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left\{ x \left(-\sqrt{4 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{5}{x} \right) \right\} = +\infty$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{4 - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{5}{x} \right) = -6 < 0$$

Bài 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 - 9} & \text{khi } x \neq 3 \\ 3m - 1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 3$

Giải

$$f(3) = 3m - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 6 - 9}{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+6} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x+3)(\sqrt{x+6} + 3)} = \frac{1}{36}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 3m - 1 = \frac{1}{36} \Leftrightarrow m = \frac{37}{108}$$